

Fehlererkennende Codes im Alltag

Aufgabe 1: Die meisten Bücher haben eine ISBN (Internationale Standardbuchnummer).

- Suchen Sie auf der Rückseite von einem Ihrer Schulbücher nach der ISBN und geben Sie die Ziffern in eine Suchmaschine ein. Fallen die Suchergebnisse so aus, wie Sie es erwartet haben?
- Ändern Sie bei der Suchanfrage nun eine Ziffer in der ISBN oder bauen Sie einen Zahlendreher ein. Was stellen Sie fest? Erläutern Sie.

Bei der Eingabe von ISBN, Kontonummern, Personalausweisnummern usw. kommt es gelegentlich zu Tippfehlern. Um diese zu erkennen und z. B. fehlerhafte Überweisungen zu verhindern, enthalten viele dieser Nummern eine Prüfziffer. Häufig ist die letzte Ziffer die Prüfziffer. Diese berechnet sich nach einem festgelegten Verfahren aus den übrigen Ziffern.

Prüfziffer bei Eurobanknoten

Jede Eurobanknote hat eine Seriennummer, die aus zwei Buchstaben gefolgt von 10 Ziffern besteht. Der erste Buchstabe steht für die Druckerei. Die letzte Ziffer ist eine Prüfziffer, die wie folgt berechnet¹ wird:

Verfahren	Beispiel: UA301178012?
1. Ersetze die Buchstaben durch ihre Position im Alphabet.	UA301178012 → 211301178012
2. Bilde die Quersumme.	$2 + 1 + 1 + 3 + 0 + 1 + 1 + 7 + 8 + 0 + 1 + 2 = 27$
3. Berechne den Rest bei der Division durch 9.	$27 \bmod 9 = 0$
4. Subtrahiere den Rest von 7 und erhalte die Prüfziffer. Ist das Ergebnis der Subtraktion -1, ist die Prüfziffer 8.	$7 - 0 = 7$ Die Prüfziffer ist 7
5. Ergänze die Prüfziffer als letzte Ziffer.	Vollständige Seriennummer: UA3011780127

Abbildung 1: Prüfzifferberechnung bei Eurobanknoten

Aufgabe 2: Überprüfen Sie für die Seriennummern (1) und (2) jeweils, ob diese korrekt notiert wurden.

(1) VB3789262225

(2) UA1700983756

Fehlertypen bei der Eingabe von Nummern

Es gibt Studien, die gezeigt haben, dass die häufigsten Tippfehler mit ca. 80 % Einzelfehler sind, bei denen eine Ziffer falsch eingegeben wird. Mit etwa 10 % treten Nachbartranspositionen auf, das heißt, zwei nebeneinanderstehende Ziffern werden vertauscht (umgangssprachlich: Zahlendreher). Selten wurden auch Sprungtranspositionen beobachtet, wobei eine Ziffer mit der übernächsten vertauscht wird.² Abbildung 2 zeigt zu jedem Fehlertyp ein Beispiel:

¹ Quelle: <https://kryptografie.de/kryptografie/chiffre/euro-banknote.htm> [Datum des Zugriffs: 18.04.2024]

² Quelle: <https://bildungsserver.berlin-brandenburg.de/codierung-fehlertypen> [Datum des Zugriffs: 18.04.2024]

Fehlertyp	Beispiel
Einzelfehler: Verwechslung einer Ziffer	12 3 45 → 12 6 45
Nachbartransposition: Zahlendreher	1 2 345 → 1 3 245
Sprungtransposition: Vertauschung einer Ziffer mit der übernächsten	1 2 345 → 1 4 325

Abbildung 2: Typische Fehlertypen bei der Eingabe von Ziffern

Aufgabe 3:

- Untersuchen Sie für die drei verschiedenen Fehlertypen in Abbildung 2 jeweils, ob diese bei den Seriennummern von Eurobanknoten mithilfe der Prüfziffer erkannt werden können.
- Sammeln Sie Vorschläge, wie das Verfahren zur Berechnung der Prüfziffer verbessert werden könnte, um möglichst viele Fehlertypen zu erkennen.

Prüfziffer bei der ISBN

Auch bei einer ISBN ist die letzte Ziffer eine Prüfziffer. Seit 2007 ist eine ISBN 13-stellig. Die Prüfziffer wird dabei nach folgendem Verfahren berechnet.

Verfahren	Beispiel: 978-3-12-007626-?																																				
1. Gewichte die Ziffern von links nach rechts abwechselnd mit 1 und 3.	<table><tr><td>9</td><td>7</td><td>8</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td><td>6</td><td>2</td><td>6</td></tr><tr><td></td><td>· 3</td><td></td><td>· 3</td><td></td><td>· 3</td><td></td><td>· 3</td><td></td><td>· 3</td><td></td><td>· 3</td></tr><tr><td>9</td><td>21</td><td>8</td><td>9</td><td>1</td><td>6</td><td>0</td><td>0</td><td>7</td><td>18</td><td>2</td><td>18</td></tr></table>	9	7	8	3	1	2	0	0	7	6	2	6		· 3		· 3		· 3		· 3		· 3		· 3	9	21	8	9	1	6	0	0	7	18	2	18
9	7	8	3	1	2	0	0	7	6	2	6																										
	· 3		· 3		· 3		· 3		· 3		· 3																										
9	21	8	9	1	6	0	0	7	18	2	18																										
2. Addiere die Ergebnisse der Gewichtung.	9 + 21 + 8 + 9 + 1 + 6 + 0 + 0 + 7 + 18 + 2 + 18 = 99																																				
3. Die Prüfziffer ist die Differenz zwischen der Summe aus Schritt 2 und der nächsthöheren durch 10 teilbaren Zahl. Ist die Differenz 10, so ist die Prüfziffer 0.	100 – 99 = 1																																				
4. Ergänze die Prüfziffer als letzte Ziffer.	ISBN: 978-3-12-007626-1																																				

Abbildung 3: Prüfwertberechnung bei 13-stelliger ISBN

Aufgabe 4:

- Die Korrektheit einer ISBN kann wie folgt geprüft werden: „Die Summe aller Ziffern an ungeraden Stellen plus dreimal die Summe aller Ziffern an geraden Stellen muss durch 10 teilbar sein“. Begründen Sie.
- Überprüfen Sie, ob es sich im Folgenden jeweils um eine korrekte ISBN handelt:
 - 9783065405282
 - 9783507891135
- Erklären Sie mithilfe Ihres Wissens über Prüfziffern, das Suchergebnis aus Aufgabe 1b).
- Untersuchen Sie, welche der Fehlertypen aus Abbildung 2 mithilfe der Prüfziffer einer ISBN erkannt werden können.

Weitere Beispiele für Prüfziffern

Auf vielen Produkten ist eine 13-stellige EAN (European Article Number) als Barcode abgedruckt. Die 13-stellige ISBN ist ebenfalls eine solche EAN. Das in Abbildung beschriebene Verfahren gilt daher allgemein für die Berechnung der Prüfziffer einer EAN.

Ein vielfach verwendeter Algorithmus zur Berechnung von Prüfziffern ist der *Luhn-Algorithmus*. Dieser kommt z. B. bei manchen Kontonummern, Kreditkartennummern oder Loknummern der DB zum Einsatz. Der Luhn-Algorithmus ist ähnlich zu dem Verfahren zur Berechnung der Prüfziffer bei einer ISBN mit dem Unterschied, dass die Ziffern an geraden Positionen mit 2 statt mit 3 gewichtet werden und anschließend die Quersumme der einzelnen Ziffern gebildet wird.

Verfahren	Beispiel: 28973164?																								
1. Gewichte die Stellen von links nach rechts abwechselnd mit 1 und 2.	<table><tr><td>2</td><td>8</td><td>9</td><td>7</td><td>3</td><td>1</td><td>6</td><td>4</td></tr><tr><td></td><td>· 2</td><td></td><td>· 2</td><td></td><td>· 2</td><td></td><td>· 2</td></tr><tr><td>2</td><td>16</td><td>9</td><td>14</td><td>3</td><td>2</td><td>6</td><td>8</td></tr></table>	2	8	9	7	3	1	6	4		· 2		· 2		· 2		· 2	2	16	9	14	3	2	6	8
2	8	9	7	3	1	6	4																		
	· 2		· 2		· 2		· 2																		
2	16	9	14	3	2	6	8																		
2. Bilde die Quersumme der Ziffern nach der Gewichtung.	$2 + 1 + 6 + 9 + 1 + 4 + 3 + 2 + 6 + 8 = 42$																								
3. Die Prüfziffer ist die Differenz zwischen der Quersumme aus Schritt 2 und der nächsthöheren durch 10 teilbaren Zahl. Ist die Differenz 10, so ist die Prüfziffer 0.	$50 - 42 = 8$																								
4. Ergänze die Prüfziffer als letzte Ziffer.	289731648																								

Abbildung 4: Der Luhn-Algorithmus

Aufgabe 5:

- Zeigen Sie, dass die letzte Ziffer der Loknummer in Abbildung 5 eine Prüfziffer ist, die nach dem Luhn-Algorithmus berechnet wurde.
- Vergleichen Sie die Prüfziffernerstellung mit dem Luhn-Algorithmus mit der Prüfziffer einer ISBN bzw. EAN hinsichtlich der Möglichkeit verschiedene Fehlertypen zu erkennen.

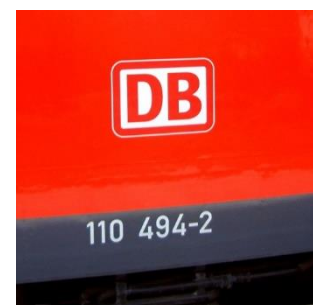


Abbildung 5: Von Moritz Eyer, CC BY-SA 2.0, https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Bahn_Logo.jpg

Aufgabe 6: Es gibt noch eine Vielzahl weiterer Verfahren zur Berechnung von Prüfziffern. Viele Verfahren basieren auf einer Quersumme mit unterschiedlicher Gewichtung der verschiedenen Positionen und einer Modulo-Rechnung. Begründen Sie, weshalb sich diese Rechenoperationen für die Berechnung einer Prüfsumme eignen.

Implementierung

Das Erstellen und Überprüfen einer Prüfziffer kann mithilfe elementarer Zeichenkettenoperationen implementiert werden.

Wird eine Nummer als Zeichenkette eingegeben, erhält man in Java / Processing zunächst einzelne Zeichen vom Typ `char`. Daher ist ggf. eine Konvertierung der einzelnen Zeichen in eine Ganzzahl notwendig.

Zur Erinnerung:

```
1. String isbn = "9783120075721";
```

Auslesen des 13. Zeichens:

```
2. char pruefZeichen = isbn.charAt(12); //→ '1'
```

Umwandeln einer Zeichenkette in die entsprechende Ganzzahl:

```
3. int pruefZiffer = Integer.parseInt(pruefZeichen+ ""); // → 1
```

Alternativ Umwandeln eines Zeichens in die entsprechende Ganzzahl:

```
4. int pruefZiffer = Character.getNumericValue(pruefZeichen); //→ 1
```

Vorsicht, nicht verwechseln mit Umwandeln in den ASCII-Code:

```
5. int ascii = (int)pruefZeichen //→ 49 (ASCII-Code der Ziffer 1, hier müsste ggf. 48  
subtrahiert werden.)
```

Aufgabe 7: Erstellen Sie ein Programm, das

- zu einer Nummer die passende Prüfziffer ergänzt.
- für eine vollständig eingegebene Nummer anhand der Prüfziffer, entscheidet, ob die eingegebene Nummer gültig ist.

Gestalten Sie die Ein- und Ausgabe des Programms nach Ihren Vorstellungen.

Variante 1 in Einzelarbeit: Wählen Sie für Ihr Programm einen der Algorithmen aus, die Sie zur Prüfziffernberechnung kennengelernt haben.

Variante 2 in arbeitsteiliger Gruppenarbeit: Teilen Sie die verschiedenen Verfahren zur Prüfziffernberechnung untereinander auf. Jede(r) implementiert zunächst den zugeteilten Algorithmus. Kombinieren Sie Ihre Implementierungen anschließend zu einem gemeinsamen Programm, in dem man wählen kann, welches Verfahren zur Berechnung bzw. Überprüfung der Prüfziffer verwendet werden soll.

Ggf. können Sie auch weitere Verfahren zur Berechnung von Prüfziffern recherchieren.

Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons Namensnennung - Nicht-kommerziell - Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International Lizenz](#). Von der Lizenz ausgenommen ist das InfSII-Logo.